

# Recherche de motif : Algorithme de Rabin-Karp

Boutault Corentin, Bouquer Ywan,  
Dal Germain, Lefeuvre Damien, Fradet Nathan



# Sommaire

1. Problème de recherche de motifs
  2. Principe de la méthode naïve
  3. Implémentation naïve en C
  4. Principe de l'algorithme de Rabin-Karp
  5. Implémentation de Rabin-Karp en C
  6. Complexité
  7. Traitement de plusieurs motifs
  8. Tableau à deux dimensions
  9. Améliorations
-

# Problème de recherche de motifs



# Problème de recherche de motifs

## Recherche de motifs ( simple )

- ❖ Recherche de mots : ctrl+f
  - Article en ligne
  - Nombre d'occurrences
- ❖ Chercher et remplacer :
  - Éditeur de texte

## Rabin\_Karp("#") => Suppression des commentaires

```
class Personne:  
    # Objet qui représente un homme  
    def __init__(self, age, taille):  
        self.age = age  
        self.taille = taille  
  
    # Renvoie l'a taille de l'individu'âge de l'individu  
    def get_age(self):  
        return self.age  
  
    # Renvoie la taille de l'individu  
    def get_taille(self):  
        return self.taille
```

Denise était venue de la gare Saint-Lazare, où un train de Cherbourg l'avait débarquée avec ses deux frères, après une nuit passée sur la dure banquette d'un wagon de troisième classe. Elle tenait par la main Pépé, et Jean la suivait, tous les trois brisés du voyage, effarés et perdus, au milieu du vaste Paris, le nez levé sur les maisons, demandant à chaque carrefour la rue de la Michodière, dans laquelle leur oncle Baudu demeurait. Mais, comme elle débouchait enfin sur la place Gaillon, la jeune fille s'arrêta net de surprise.

— Oh ! dit-elle, regarde un peu, Jean !

Et ils restèrent plantés, serrés les uns contre les autres, tout en noir, achevant les vieux vêtements du deuil de leur père. Elle, chétive pour ses vingt ans, l'air pauvre, portait un léger paquet ; tandis que, de l'autre côté, le petit frère, âgé de cinq ans, se pendait à son bras, et que, derrière son épau, le grand frère, dont les seize ans superbes florissaient, était debout, les mains ballantes.

— Ah bien ! reprit-elle après un silence, en voilà un magasin !

C'était, à l'encoignure de la rue de la Michodière et de la rue Neuve-Saint-Augustin, un magasin de nouveautés dont les étalages éclataient en notes vives, dans la douce et pâle journée d'octobre. Huit heures sonnaient à Saint-Roch, il n'y avait sur les trottoirs que le Paris matinal, les employés filant à leurs bureaux et les ménagères courant les boutiques. Devant la porte, deux commis, montés sur une échelle double, finissaient de pendre des lainages, tandis que, dans une vitrine de la rue Neuve-Saint-Augustin, un autre commis, agenouillé et le dos tourné, plissait délicatement une pièce de soie bleue. Le magasin, vide encore de clientes, et où le personnel arrivait à peine, bourdonnait à l'intérieur comme une ruche qui s'éveille.

— Fichtre ! dit Jean. Ça enfonce Valognes... Le tien n'était pas si beau.

Denise hocha la tête. Elle avait passé deux ans là-bas, chez Cornaille, le premier marchand de nouveautés de la ville ; et ce magasin, rencontré brusquement, cette maison énorme pour elle, lui gonflait le cœur, la retenait, émue, intéressée, oubliée du reste. Dans le pan coupé donnant sur la place Gaillon, la haute porte, toute en glace, montait jusqu'à l'entresol, au milieu d'une complication d'ornements, chargés de dorures. Deux figures allégoriques, deux femmes riantes, la gorge nue et renversée, déroulaient l'enseigne : Au Bonheur des Dames. Puis, les vitrines s'enfonçaient, longeaient la rue de la Michodière et la rue Neuve-Saint-Augustin, où elles occupaient, outre la maison d'angle, quatre autres maisons, deux à gauche, deux à droite, achetés et aménagés récemment. C'était un développement qui lui semblait sans fin, dans la fuite de la perspective, avec les étalages du rez-de-châssée et les glaces sans tain de l'entresol, derrière lesquelles on voyait toute la vie intérieure des comptoirs. En haut, une demoiselle, habillée de soie, taillait un crayon, pendant que, près d'elle, deux autres déplaient des manteaux de velours.

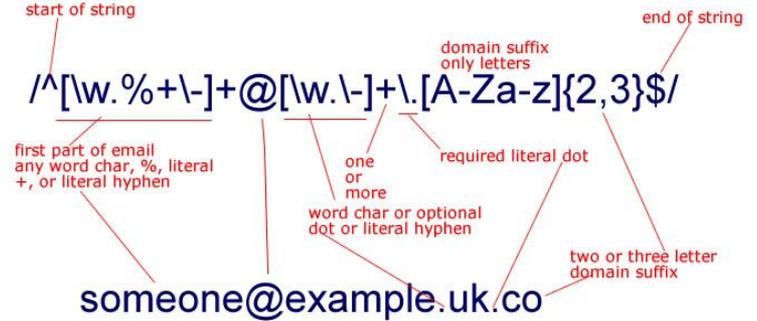
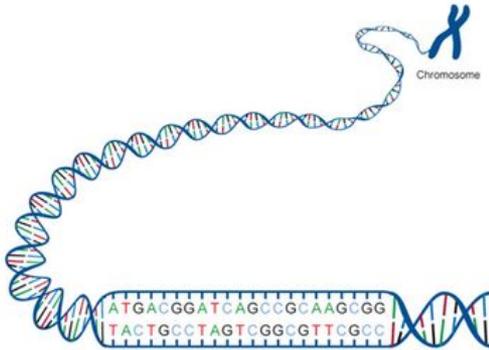
— Au Bonheur des Dames, lui Jean avec son rire tendre de bel adolescent, qui avait eu déjà une histoire de femme à Valognes. Hein ? c'est gentil, c'est ça qui doit faire courir le monde !

Mais Denise demeurait absorbée, devant l'étalage de la porte centrale. Il y avait là, au plein air de la rue, sur le trottoir même, un éboulement de marchandises à bon marché, la tentation de la porte, les occasions qui arrêtaient les clientes au passage. Cela partait de haut, des pièces de lainage et de draperie, mérinos, chevottes, molletons, tombaient de l'entresol, flottantes comme des drapoux, et dont les tons neutres, gris ardoise, bleu marine, vert olive, étaient coupés par les pancartes blanches des étiquettes. À côté, encadrant le seuil, pendaient également des lainières de fourrure, des bandes étroites pour garnitures de robe, la cendre fine des dos de petit-gris, la neige pure des ventres de cygne, les poils de lapin de la fausse hermine et de la fausse martre. Puis, en bas, dans des casiers, débordaient des articles de bonneterie vendus pour rien, gants et fichus de laine tricotés, capelines, gilets, tout un étalage d'hiver, aux couleurs bariolées, chinées, rayées, avec

# Problème de recherche de motifs

Recherche de motifs ( multiple ) : plusieurs mots pouvant correspondre

- ❖ Recherche de motif dans l'ADN:
  - séquences d'ADN cause de maladies rares
- ❖ Chercher et remplacer :
  - Regular expression (regex)



someone@example.uk.co

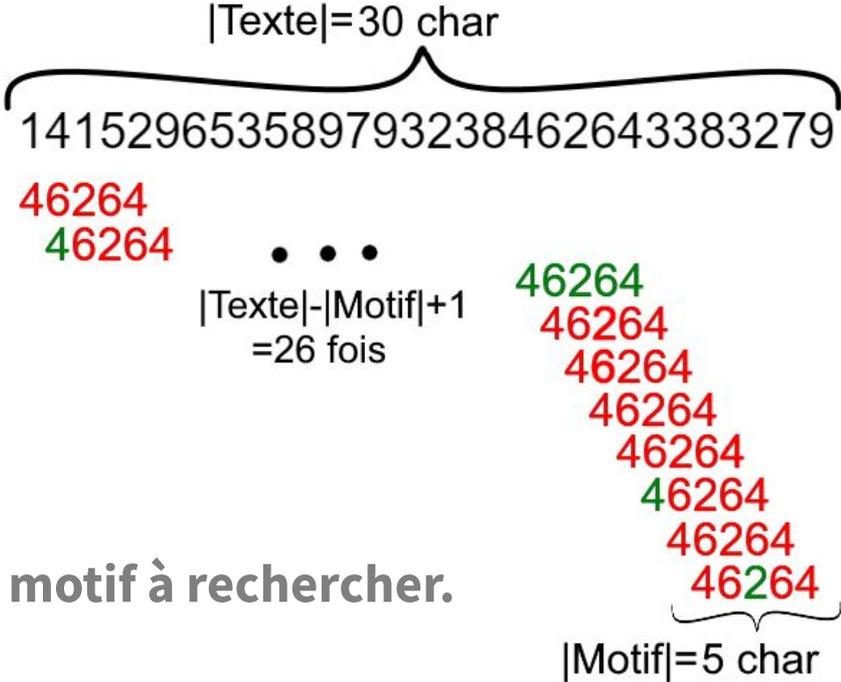
```
AATTGTGAGCGGATAACAATTGACATTGTGAGCGGATAACAAGATACTGAGCACATACTAGAGAAA
GAGGAGAAATACTAGATGC AAATGACGGAAAGCTACCTGTTGACGCTGCTGTAAAACCGGAGCAA
GGGGATTGATTTGCCGGTTCGGGAACGGGCTTTTATCTGATGCGACGCCGAAAGGGGCGGACA
GGCAGTCAAAAAGGGCTTACAGTGGTGGCTCTACCCGCACGGGAAATGGTGCTGCACACCAAAC
CAAGACTATGCGGAAAAGGACTTGGCTGGCATCGAACTCTTAAACCCCAAAGAAAGCAGGATTTGCT
GATCGTTGCTCTTACAAAACAATGATCCTCAAAAATCCAAGCTTATTTCAATGAGTATTGAAGAAA
GAAGGCGAATAAGCCTCTTTTTTTGGCTTTTAGGACCAATAATGACCTCTGAATCTTAAAATTTCTT
TAAAAATAAGCCAAAATTACCCTTTACTTAAATTAATTTGGTAACGTAATATAATGGAGAATTTGTTA
CAAAAAGGAGGATATTATGAAATTTGTA AAAAGGATCATTGCACCTGTAAACAATTTGATGCT
GTCTGTTACATCGCTGTTTGGCTGTCAGCCGTGACAAAAGCCGCTGAACACAATCCAGTCGTTATG
GTTACAGGATTTGGAGGGGCATCATTCAATTTGCGGGAATTAAGAGTATCTCGTATCTCAGGGCTG
GTCGCGGACAAAGCTGATGCAGTTGATTTTTGGGACAAGACAGGCACAAATATAACAATGGACCG
GTATTATCACGATTTGTCAAAAAGTTTTAGATGAAACGGGTGCGAAAAAGTGGATTTGTGCTCACAG
CATGGGGGGCGGAACACACTTACTACATAAAAAATCTGGACGGCGGAAATAAAGTTGCAAAACGTCGT
GACGGTTGGCGGCGGAACCGTTTGACGACAGGCAAGGCGCTTCGGGAACAGATCCAATCAAAA
GATTTATACACATCCATTTACAGCAGTGCCGATATGATTGTCATGAATTAATCAAGATTAGATGGCT
AGAAACGTTCAAATCCATGGCGTTGGACACATCGGCCCTCTGTACAGCAGCCAAGTCAACGCTGATTAAG
AAGGGCTGAACGGCGGGGGCCAGAATACGAATTAATGAAAAACAAAACCTTGAACATGCTATTCTTC
AAGGTTATCTGCTTTCAGCACAAATGTTTTTCGACGCATATCATGAACGGTTGTTTTTTCTCGTAA
ATGCGGCGAGTCAAATAGATCAGGCGGGGAGAACACATGCACCCACGCTATCAGGTAACGGACAATGGC
TTGCGGGAAGGATATTTTTATGTTTTCGTCCCTCACGATTTGCAGCCCGATGCTTTTTTGGCCCGCT
TCCAATTTGTGACGCGCATCAGCAAAAATACACAATCAGCATCAATATGGCGACAATAATGACACCGG
CGGACCCATCGCCAAAACGTAATCCGGCTGCCAAAATCACTGCTGCCAATGATTACATCAAGTTAATAAT
ACTAGAGCCAGGCATCAAATAAACGAAAGGCTCAGTCGAAAGACTGGGCCCTTCGTTTTATCTG
TTGTTTGTGCGGTGAACGCTCTACTAGAGTCACACTGGCTCACCTCGGGTGGGCTTTCGCGTTTATA
```

# Principe de la méthode naïve



# Principe de la méthode naïve

Méthode de force brute.



Répétition du procédé pour chaque motif à rechercher.

# Implémentation naïve en C



# Implémentation naïve en C:

Structure utilisée :

```
typedef struct _tableau{  
    int taille;  
    int* contenu;  
}tableau;
```

# Implémentation naïve en C:

```
tableau motifBrut(char* x, char* t) // Méthode naïve
{
    tableau sortie;

    if(strlen(x) > strlen(t)) ← Cas trivial
    {
        sortie.contenu = NULL;
        sortie.taille = 0;
        return sortie;
    }

    //Initialisation des variables
    int* positions = malloc(strlen(t) * sizeof(int));
    int j = 0;
    int p = 0;
```

```
        for(int i = 0; i < strlen(t) - strlen(x) + 1; i++)
        {
            j = 0;

            On compte le nb de
            caractère exacts → while(j < strlen(x) && x[j] == t[i + j])
            {
                j++;
            }

            if(j == strlen(x))
            {
                positions[p] = i;
                p++;
            }
        }

        ↓ “Raccourcissement” du tableau initial
        positions = realloc(positions, p * sizeof(int));

        sortie.taille = p;
        sortie.contenu = positions;
        return sortie;
    }
}
```

# Principe de l'algorithme de Rabin-Karp



# Principe de l'algorithme de Rabin-Karp

Objectif : Rendre la recherche plus facile. Traitement cas de recherche de motifs multiple

Principe :

1. Associer un code à chaque sous-chaîne du tableau. Calcule de hashes (empreinte)
2. Calcule du hash associer à chaque motifs
3. Parcours du tableau
4. Comparaison des Hash (1 comparaison par sous-chaîne du tableau par motifs)

# Principe de l'algorithme de Rabin-Karp

Fonction de hachage utilisé dans notre cas : Méthode de calcul décimal (Hörner)

- $x = 10^{m-1} * X[1] + 10^{m-2} * X[2] + \dots + X[m]$
- $t_{s+1} = 10 * (t_s - 10^{m-1} * X[s + 1]) + X[s + m + 1] \rightarrow$  relation de récurrence
- Travail modulo  $q$

Attention : potentiels faux positifs

# Principe de l'algorithme de Rabin-Karp

Recherche du motif : 31415

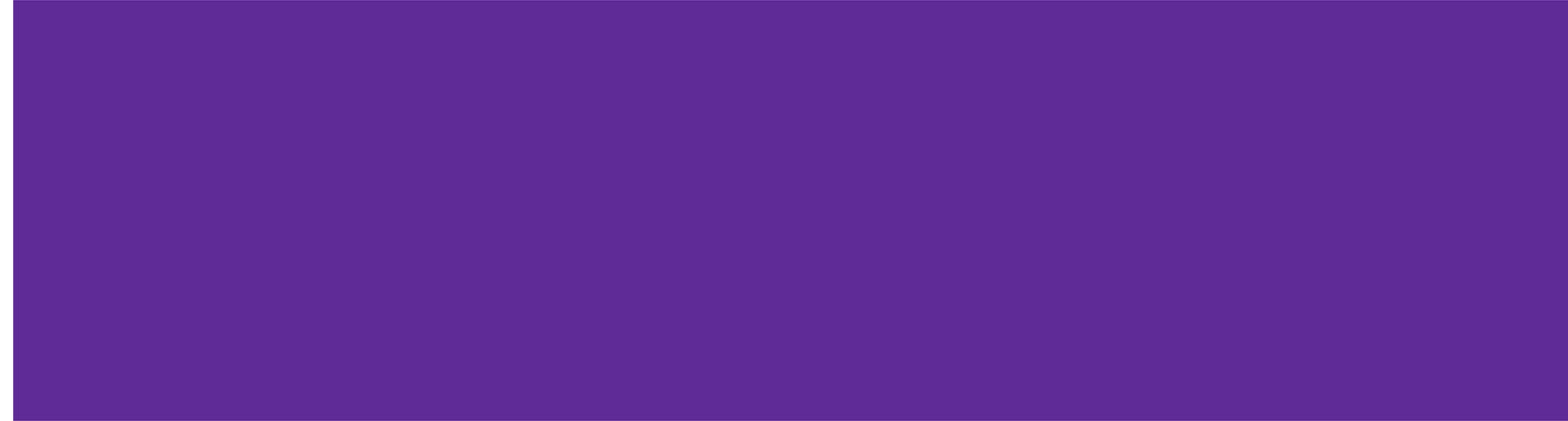
$q = 13$  :

2	3	5	9	0	2	3	1	4	1	5	2	6	7	3	9	9	2	1
}			}					}										
Valeur	8	9	3	11	0	1	7	8	4	5	10	11	7	9	11			
Décalage	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14			

$q = 997$  :

2	3	5	9	0	2	3	1	4	1	5	2	6	7	3	9	9	2	1
}					}						}							
Valeur	659	10	200	501	320	210	508	194	649	312	829	817	600	214	41			
Décalage	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14			

# Implémentation de Rabin-Karp en C



# Implémentation de Rabin-Karp en C

Prototypes pour le prétraitement (étape 1-2) :

```
int powerMod(int a,int b,int mod);
```

```
int calculeHashInitial(int taille_motif,int tab[],int modulo);
```

```
int calculeHashSuivant(int taille_motif,int tab[],int modulo,int pos,int hash);
```

```
int *pretraitementDeci(int taille_texte, int tab[],int modulo,int taille_motif);
```

# Implémentation de Rabin-Karp en C

powerMod :

```
int powerMod(int a, int b, int mod){/*
    - Entrée : a : Nombre de calculs
              b : Puissance à calculer
              mod : Modulo du calcul
    - Sortie: Exponentiation rapide adaptée au modulo */
    int resultat;
    if ( b <= 0){
        return 1;
    }
    else if (b%2 == 0){
        resultat=powerMod(a, b/2, mod);
        return (resultat * resultat) % mod;
    }
    else{
        resultat=powerMod(a, (b-1)/2, mod);
        return (resultat * resultat * a) % mod;
        // Pour que le resultat soit entre 0 et mod
    }
}
```

# Implémentation de Rabin-Karp en C

```
calculerHashInitial : int calculerHashInitial(int taille_motif, int tab[], int modulo)
{
    int resultat;
    if (taille_motif<=0)
    {
        return 0;
    }
    else
    {
        resultat=calculerHashInitial(taille_motif-1,tab,modulo);
        resultat=(tab[taille_motif-1] + 10*resultat)%modulo;
        return (resultat + modulo) % modulo;
    }
}
// Complexité : O(n) (n la taille du motif)
```

# Implémentation de Rabin-Karp en C

calculerHashSuivant :

```
int calculerHashSuivant(int taille_motif,int tab[],int modulo,int pos,int hash)
{
    // Calcul le Hash (version decimal) suivant avec la formule donnée
    int resultat;
    resultat=(hash - powerMod(10, taille_motif-1, modulo) * tab[pos-1]) % modulo;
    resultat=(10*resultat+tab[taille_motif+pos-1]) % modulo ;
    return (resultat + modulo) % modulo;
}
// Complexité : O(log(n)) (Utilisation de powerMod)
```

# Implémentation de Rabin-Karp en C

## pretraitementDeci :

```
int* pretraitementDeci(int taille_texte, int tab[],int modulo,int taille_motif){
    /*
    - Entrée : tab : Un tableau d'entier (Les hash des éléments succesif du texte)
              modulo : Moduulo du hash
    - Sortie : retourne le sous-tableau T[pos, pos + len] */

    // Precondition taille_motif<=taille_texte
    int taille_finale=taille_texte-taille_motif+1;
    int *tab_sequence=malloc(sizeof(int)*taille_finale);
    int hash=calculeHashInitial(taille_motif,tab,moduleo);

    tab_sequence[0]=hash;

    for (int i=1;i<taille_finale;i++)
        // Parcours du tableau et calcule des "hash"
        {
            hash = calculeHashSuivant(taille_motif,tab,moduleo,i,hash);
            tab_sequence[i]=hash;
        }

    return tab_sequence;
}
// Complexité : O(nlog(n)) (n la taille du texte)
```

# Implémentation de Rabin-Karp en C

Prototypes pour le traitement (étape 3-4) :

```
int* soustab(int* T, int pos, int len);  
tableau str_to_int(char* texte);
```

```
tableau traitement(int* T, int* valeurs, int* motif, int sizeT, int sizeX, int modulo);
```

# Implémentation de Rabin-Karp en C

## Fonctions auxiliaires :

```
void * realloc( void * pointer, size_t memorySize );
```

Réallocation le bloc mémoire en argument

```
int memcmp( const void * pointer1, const void * pointer2, size_t size );
```

Compare les deux blocs mémoires sur chaque octet

# Implémentation de Rabin-Karp en C

soustab :

```
int* soustab(int* T, int pos, int len)
{
    int* soustableau = malloc(len * sizeof(int));

    for (int i = 0; i < len; i++)
    {
        soustableau[i] = T[pos + i];
    }

    return soustableau;
}
```

Exemple :

tab = {2, 3, 5, 9, 0, 1}

soustab(tab, 2, 3) = {5, 9, 0}

# Implémentation de Rabin-Karp en C

## Fonction traitement :

```
tableau posttraitement(int* T, int* valeurs, int* motif, int sizeT, int sizeX, int modulo)
{
    // Déclarations
    int cpt = 0;
    int* positions = NULL; // tableau des positions du motif
    int x = calculeHashInitial(sizeX, motif, modulo); // hachage du motif
    tableau sortie;

    positions = malloc((sizeT - sizeX) * sizeof(int));
    assert(positions != NULL);

    Boucle sur tout le texte → for (int i = 0; i < sizeT; i++)
    {
        if (valeurs[i] == x) ← Test sur le hash
        {
            if (memcmp(soustab(T, i, sizeX), motif, sizeX) == 0)
            {
                positions[cpt] = i;
                cpt++;
            }
        }
    }

    positions = realloc(positions, (cpt * sizeof(int)));

    sortie.taille = cpt;
    sortie.contenu = positions; ← Retour de la structure tableau

    return sortie;
}
```

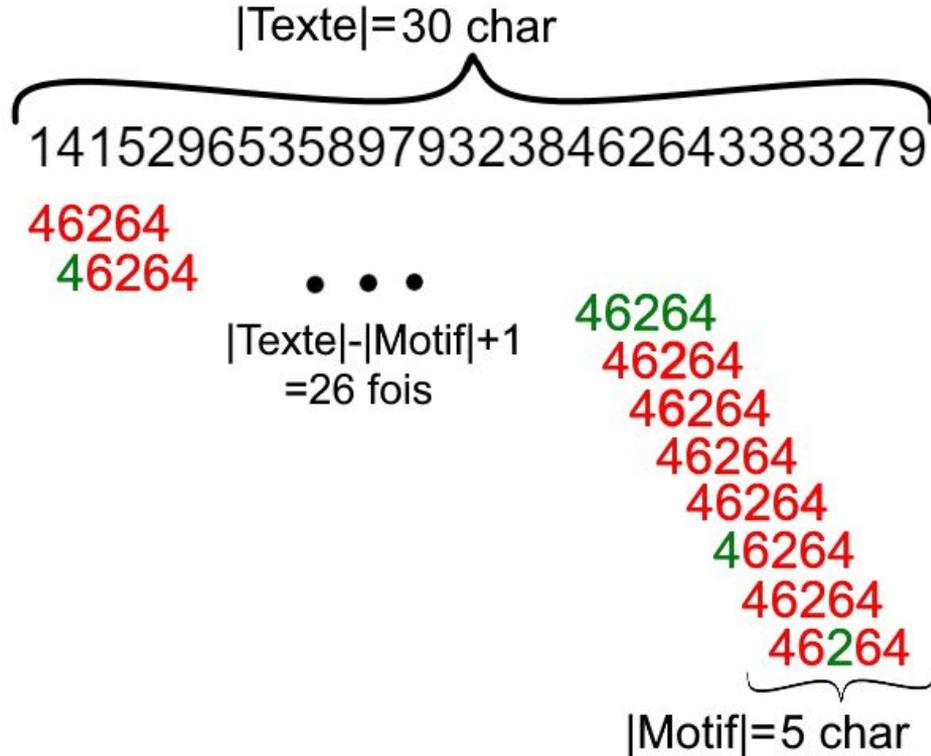
# Complexité



# Complexité : Algorithme naïf

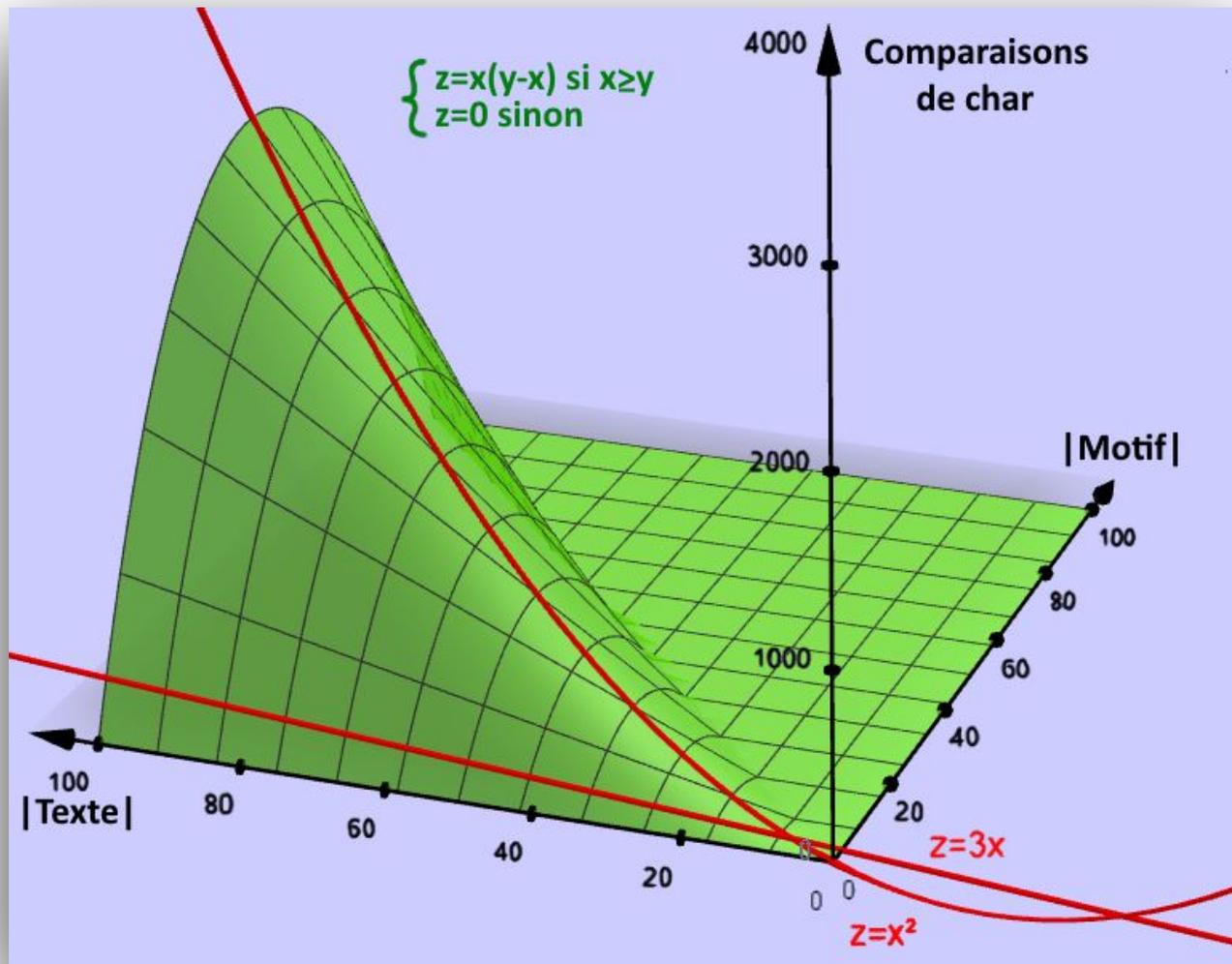
Motif : “46264”

Texte : “141529653589793238462643383279”



$(n-m+1)m$  Comparaisons

$\Rightarrow$  Complexité en  $O(m(n-m+1))=O(nm)$



# Complexité : Algorithme de Rabin-Karp

- Fonction de prétraitement :

- utilisation de l'exponentiation rapide (calcul des hashes)
- parcours du tableau (calcul de chaque hash)

→ Complexité en  $O((n-m+1)\ln(m)) < O(n.\ln(m))$

- Fonction de traitement :

- $n-m+1$  hash à comparer, au plus  $m(n-m+1)$  char à comparer

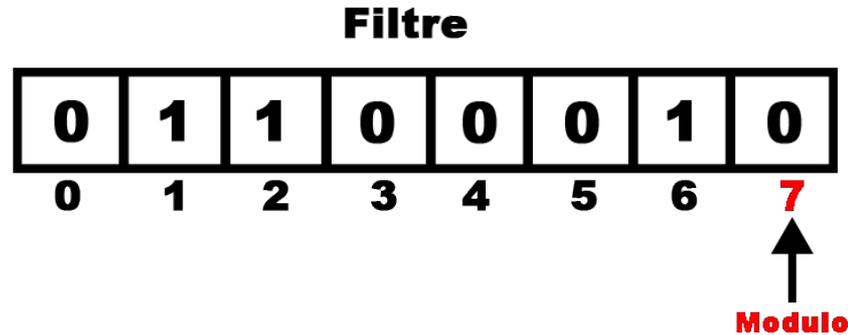
→ Complexité entre  $O(n)$  et  $O(nm)$

⇒ Complexité globale entre  $O(n.\ln(m))$  et  $O(nm)$

# Traitement de plusieurs motifs



# Traitement de plusieurs motifs : Filtre de Bloom



$$H = [ x, 2x + 3, \dots ] \% \text{Modulo}$$

Inconvénient : les motifs doivent être tous de la même taille

# Traitement de plusieurs motifs : Implémentation

```
// Symbolise un tableau de fonctions de hachage composées de length fonctions
typedef struct _HashFunctions{

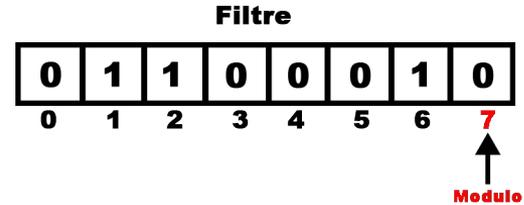
    int (**hash_f)(int x, int mod);
    int mod;

    int length;
}HashFunctions;

// Implémentation d'un filtre de Bloom
typedef struct _BloomFilter{

    int* filter;
    int length;

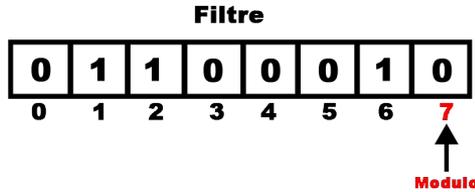
    HashFunctions hash;
}BloomFilter;
```



$$H = [ x, 2x + 3, \dots ] \% \text{Modulo}$$

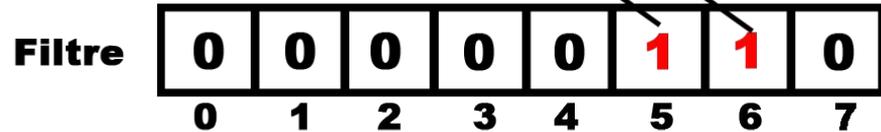
# Traitement de plusieurs motifs : Exemple

- Opérations :
  - Implémentation



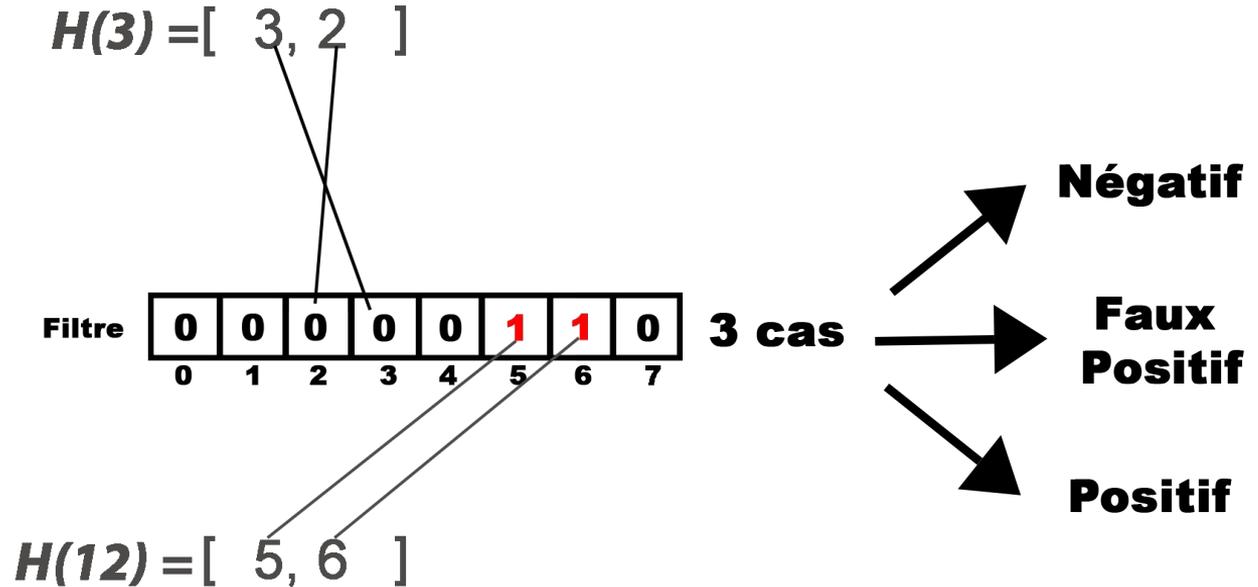
$$H = [ x, 2x + 3, \dots ] \% \text{Modulo}$$

$$H(5) = [ 5, 13 ] \% 7$$
$$= [ 5, 6 ]$$



# Traitement de plusieurs motifs : Exemple

- Opérations :
  - Scan



# Traitement de plusieurs motifs : Implémentation

```
tableau* multiple_posttraitement(int* T, int* valeurs, int** motif, int nb_motif, int sizeT, int sizeX, int modulo){/*
- Entrée : T: tableau du texte
           valeurs: tableau des valeurs hachées
           motif: tableaux de motifs (même taille)
           sizeT, sizeX : tailles de T, de motif
           nb_motif : nombres de motif traités
           modulo: modulo de la fonction de hachage
- Sortie: Retourne le tableau des positions du motif dans la structure de tableau */

// DEPART

int j;
bool finded = false;
for (int i = 0; i < sizeT; i++) // parcours de T pour compter les decalages compatibles
{
    if (BF_scan(filter, valeurs[i])) // si le decalage est compatible
    {
        j = 0;
        finded = false;
        while (j < nb_motif && (! finded))
        {
            if (memcmp(soustab(T, i, sizeX), motif[j], sizeX) == 0){ // memcmp compare les deux blocs memoires
                positions[j][*(cpt + j)] = i;
                cpt[j]++;
                finded = true;
            }
            j++;
        }
    }
}

return sortie;
}
```

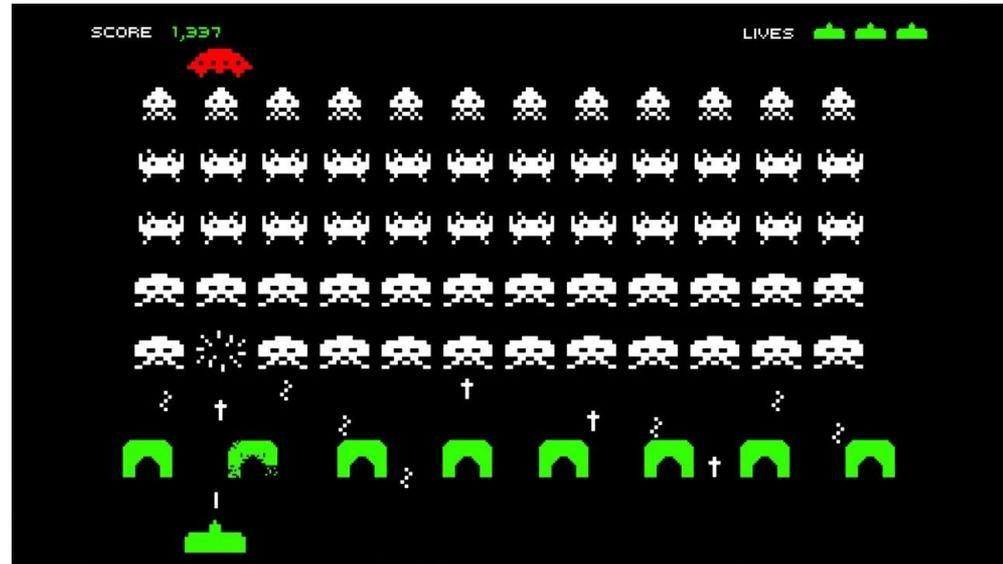
# Tableau à deux dimensions



# Tableau à deux dimensions

Recherche de motifs (pattern):

- possibilité de faire son propre pattern en faisant une fonction de hachage spécifique
- recherche en fonction de la couleur
- recherche multiple (plusieurs couleur)



# Améliorations

