

Préparation aux oraux CCINP n°7

Langages réguliers

Q1. On considère $L_{GL} = \mathcal{L}(a^* b (a|b)^*)$ un langage sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

(1) Décrire simplement le langage L_{GL} .

(2) À l'aide de la construction de Glushkov, construire un automate \mathcal{A} reconnaissant L_{GL} .

Q2. On considère l'alphabet $\Sigma = \{0, 1, +, =\}$. On pose

$$L_{ADD} = \left\{ x = y + z \mid \begin{array}{l} x, y \text{ et } z \text{ sont des entiers binaires} \\ x \text{ est la somme de } y \text{ et } z \end{array} \right\}.$$

Montrer que L_{ADD} n'est pas régulier. Pour cela, on pourra appliquer le lemme de l'étoile.

Q3. Soient A et B deux langages sur un alphabet Σ fini quelconque. On définit le *mélange parfait* de A et B comme le langage

$$\left\{ a_1 b_1 a_2 b_2 \dots a_n b_n \mid \begin{array}{l} a = a_1 \dots a_n \in A \\ b = b_1 \dots b_n \in B \end{array} \right\},$$

où chaque a_i et b_i est un élément de Σ (pour $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$).

Montrer que la classe des langages réguliers est close sous l'opération « mélange parfait ». Pour cela, on pourra construire un automate reconnaissant le mélange parfait de A et B à partir d'un automate reconnaissant A , et d'un autre reconnaissant B .

Cette construction fonctionne-t-elle toujours si a_i et b_i sont des mots sur Σ ?